NBT 028

LA TRIBU.

(Bulletin oecuménique, apériodique et bourbachique).

N° 27 - COMPTE RENDU du CONGRES CROUPION des VOSGES
(Celles-sur-Plaine, 8-16 Mars 1952)

Présents : Cartan - Dieudonné - Dixmier - Delsarte - Godement - Samuel - Schwartz -.

Invité : Grothendieck.

Sur ses vieux jours Notre Maître se sent l'âme champêtre, fuit le bruit et la poussière des villes, aspire à être assis à l'ombre des forêts ou au soleil des glaciers. Rien ne le réjouit tant que d'entendre DIEUDONNÉ parler de devenir gentleman-farmer, et de "faire valoir". Le calme des Vosges n'empêcha cependant pas les altercations ; il est vrai que l'étymologie de Bourbaki ne le prédispose pas à la mansuétude ("bachi" = "chef", "vour" = "tueur" ; chef des tueurs !). Ainsi CARTAN fut accusé d'être inconsciemment de mauvaise foi, et un alexandrin stigmatisé ses érrements :

"Qui sème le foncteur récolte la structure" .

DIEUDONNÉ se demanda, à l'étonnement général, "comment on peut dire des choses sensées quand on ne fait que de l'algèbre".

Mais surtout un drame naquit de l'accouchement laborieux des EVT. Désireux de surmonter les réticences de l'opposition, le Haut Commissariat tenta une manoeuvre de chantage : il fit venir Grothendieck ! On espérait effarer à tel point les Congressistes qu'ils seraient prêts à avaler tonneau sur tonneau par peur de subir une rédaction Grothendieckienne. Mais les logiciens veillaient : ils apprirent à Grothendieck que, si tous les ensembles vides sont égaux, certains du moins sont plus égaux que d'autres ; le pauvre en devint fou furieux, et rentra à Nancy par le premier train.

DELSARTE fit des largesses, l'on but champagne, kirsch et vin d'Alsace. La nourriture était copieuse et le soleil brillait.

<u>Engagements du Congrès</u>.

CARTAN : fait, pour le début de mai 52, un rapport sur la réédition de l'Algèbre (chap. II, III, IV).

CHEVALLEY : Distributions et courants.

DELSARTE : fascicule de résultats ou rapport sur la Géométrie Elémentaire.

DIEUDONNÉ : Variétés globales (Octobre 1952 ou mars 53).
Rédaction définitive des EVT (I, II et Béberts).
Rédaction définitive du Livre I (Introd., logique et ensembles)
Rédaction définitive du Fasc. Res. de Topologie Générale.

Fin du rapport dit "d'algèbre unidimensionnelle".

DIXMIER : Variétés locales (1953).

Intégration V et VI (1er juillet 52).

GODEMENT : EVT III et IV (1er juin 52).

Mesure de Haar (octobre 52).

Fonctions analytiques (début 53).

KOSZUL : Algèbres de fous (sans date).

SAMUEL : Rapport sur l'homologie algébrique (été 53).

SAMUEL : Ensembles ordonnés et entiers (juin 52).

Séries entières (octobre 52).

Formes quadratiques (janvier 53).

Algèbres normées (sans date).

SCHWARTZ : $\tau_x((\forall y) y \notin x)$

SERRE : Anneaux primitifs (décembre 52).

Rapport sur la topologie dite "géométrique".

WEIL : Groupe de Lie (mai 52).

Programme des prochains Congrès.

a) Pelvoux (25 Juin - 8 Juillet 1952) :

Réédition d'Alg. II et III.

Anneaux noethériens.

Spécialisations et valuations.

Algèbre locale.

Rapport sur l'algèbre dite "unidimensionnelle".

Différentielles dans un Banach.

Groupes de Lie.

Rapport sur les Algèbres normées.

b) Royaumont (26 Octobre-2 novembre 1952).

EVT. III et IV.

Intégration V et VI.

Entiers, ensembles ordonnés.

Fascicule de résultats de géomètrie élémentaire.

Résidus de Pelvoux).

LIVRE I.

Introduction - L'état 4 est adopté, modulo des virgules. On tend à être le moins précis possible. Supprimer les lignes 5 à 8 de la p.6. Comme le milieu de la p.10 est la seule note optimiste sur la non contradiction, on le fait passer tout à la fin, afin de justifier le coup de grosse caisse final.

Chapitre I - Il est examiné en comité, et adopté. Les signes fonctionnels de la p.1 seront dits "spécifiques" ; on voudrait des adjectifs pour désigner ceux qui créent des relations et ceux qui créent des termes : "relationnel" irait ; "termigène" ou "terminigène" est atroce ; peut être "ontogène" ou "ontogènique" (par symétrie on pourrait dire alors "logogène"). Donner des références (§ ,n°) pour les CS, CF, C.

Chapitre II - Lu jusqu'aux relations d'équivalence, et adopté. La désignation de deux termes égaux par le même symbole fonctionnel n'est pas reconnue kosher au Livre I : on explicitera $\emptyset, 1, 2$, etc. Mentionner les garçons du Fascicule de Résultats que nous ne suivons pas.

§1, n°4 : ajouter $((\forall x) S \Rightarrow R)$ et $(\mathrm{Coll}_x R) \Rightarrow \mathrm{Coll}_x(S)$, ainsi que $(\mathrm{Coll}_x R$ et $\mathrm{Coll}_x S) \Longrightarrow ((\tau_y((\forall x)(x \in y \Longleftrightarrow R)) = \tau_y((\forall x)(x \in y \Longleftrightarrow S)))$ $\Leftrightarrow (\forall x)(R \Leftrightarrow S))$ (prendre d'abord $\mathrm{Coll}_x R$ et $\mathrm{Coll}_x S$ et $R \Leftrightarrow S$ comme hypothèse, et appliquer S.7 à $(\forall x)(x \in y \Leftrightarrow R) \Longleftrightarrow (\forall x)(x \in y \Longleftrightarrow S)$; pour la réciproque on utilise S.6).

§1, n°5 : séparer les schémas de sélection et de réunion. On adopte la notation X–A (–gras) pour le complémentaire (!!). Ordre pour la p.8 : il existe un X et un seul t;q. $(\forall x)(x \notin X)$; autrement dit la relation est fonctionnelle ; définition de $\emptyset$: $(\forall x)(x \notin X) \Longleftrightarrow X = \emptyset$.

§2 - Bien disséquer la démonstration de la prop.1 (p.10) : $b' \in B'$ est une constante auxiliaire (avec le th. de légitimation $B \neq \emptyset$) et $a' \in A'$ une hypothèse auxiliaire.

§3 - Noter G les correspondances. On admet p.12 (haut) les correspondances dégénérées ; dire que G (ens. de déf) = G(X contenant l'ens. de déf) = ens. des valeurs. Faire la prop.5 d'abord (p.14), puis la prop.4 en cor.; dire que $A \subset B$ entraîne $G(A) \subset G(B)$. Définir "représentation paramétrique" (p.15) ; ne pas parler de restriction en bas de la p.15, mais p.16 en haut (donner existence, unicité et notation); introduire le mot "injection". Découper les prop.8 et 9 en "biunivoque" et "sur". Démontrer le cor. de la p.18. Notation $f_{|X}$ (ou f_X si pas de confusion avec la restriction) pour l'application partielle.

§4 - Noter (p.20) l'utilisation du schéma de réunion. Donner l'intersection d'une famille $(X_i)(i \in I)$ de parties de E : "$x \in E$ et $(\forall i)(x \in X_i)$" implique toujours $(\forall i)(x \in X_i)$, et est impliquée par elle si $I \neq \emptyset$; d'où l'intersection d'une famille vide de parties. Donner le contre exemple de Lebesgue p.24 (cf. préface du livre de Lusin). Donner (p.24 bis) les formules $A \cup (B \cap C) = \dots$ et $A \cap (B \cup C) = \dots$, et noter que ça se fait aussi par la grande formule de distributivité. Donner la prop.6 dans le cas d'un recouvrement (X_i) et de f_i coincidant sur les $X_i \cap X_j$; il suffit de former $\bigcup f_i$.

§ 5 - Référer à l'introduction de symboles fonctionnels (introduction de P(E) (n.[illegible])). Dégonfler la déf.2 (p.30), et ne pas parler des identifications. Ne pas introduire 1 et 2 à la p.31 ; dire "soient a et b des objets distincts (footnote : y en a, $\emptyset$ et $\{\emptyset\}$), soit $I = \{a,b\}$, et soit X_ι la famille définie par $X_a = A$, $X_b = B$; présentation analogue pour trois ensembles. Avant le th.1 il y a un lemme de prolongement des fonctions, à donner sous la forme : si $X_\iota \neq \emptyset$ pour $\iota \in I$, $\prod \to \prod_I$ est sur ; commencer la démonstration par un laïus ("on prend dans X_ι ...."), puis traduire ceci par un τ ; y donner des références ; un laïus sur l'axiome de choix, et le fait que τ le rend inutile. Mettre le cor.2 en théorème, et le placer à la fin du § . Mettre de l'ordre dans le n°4 (un n° spécial pour les produits de recouvrements et de partitions.

§ 6 - Sera examiné le dimanche matin 26 mai à 10 H. dans le bureau de CARTAN.

GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE.

Le Congrès est effaré par l'énorme diplodocus, et charge, une nouvelle fois, un autre rédacteur d'un rapport succinct. Le chapitre en question doit être une simple <u>traduction</u> de faits algébriques déjà connus. On décide de vider les tours de force Chevalleysques : volumes, polyèdres convexes, et mesure des angles sur un autre corps que R (c'est alors fait en Topologie).

Liste des renvois à Alg.IX faits dans EVT.II.

$\frac{1}{2}$ droites ouvertes et fermées, -vecteur directeur,- segments en tous genres et autres,- demi-espaces,- points et ensembles d'un même côté (strictement d'un même côté ; on vous disait bien qu'il y a des animaux plus égaux que d'autres !) d'un hyperplan, - rang affine.

Introduction.

Le Congrès étant fort réticent quant aux structures, a trouvé cette introduction pédantesque. Il s'aperçoit que, en prenant un groupe réduit à l'identité, la géomètrie élémentaire contient toute la Mathématique. On décide donc de mettre l'introduction au chapitre des structures (s'il y en a un), et de faire ici un laius introductif, dans le style d'Ens.R, et n'utilisant du Livre I que Ens.R . Ceci vide les "structuralement". On donnera de nombreux exemples. Faire le lien avec le chap.I, § 7 (groupes de transformations), et donner le point de vue des espaces homogènes. Enfin DIEUDONNÉ (oui !!) demande des DIAGRAMMES pour éclairer la question.

Notes pour le malheureux rédacteur d'un éventuel § structural : Vider le laius scurille du bas de la p.1 . Donner rapidement les axiomes de la p.3. Eclairer le bas de la p.4 par des exemples. Dire (p.5) que "intrinsèque~~s~~" = "invariant par le groupe". Explicite (p.5) les isomorphismes et le comportement des repères. Mettre la p.9 en style plus naif, avec diagrammes. Donner le résultat relatif à la distinction du sous-groupe en prop. (p.11).

Géomètrie affine.

§ 1 - Eviter de se perdre dans les démonstrations triviales, et exclure ce qui est projectif ("se mordre la queue avec discrétion"). SCHWARTZ découvre un point de vue algèbrique unificateur : addition des expressions aP+v (point massif et vecteur ; s'interprète en passant à une dim. de plus) ceci arrange les histoires de milieux et centres de gravité en caract.2 et 3.

§ 2 - Donner la prop.4 comme définition, puis la déf.1 comme prop. faite tout de suite. On admet $\emptyset$ comme variété affine de dim. -1 (victoire des Topologues sur les Géomètres Algèbriques). Introduire le nom de "variété homogène" (relative à une origine). On dira "parallèle" (notion non transitive) et "complètement parallèle" au lieu de "parallèle" et "faiblement parallèle". "Postulat d'Euclide" pour la prop.2 . Remonter les prop.5 (en texte) et 6 juste après la définition. Généraliser la prop.7 au moyen du système SCHWARTZ. Définir "affinement libre" pour les familles infinies. Donner la prop.9 sous la forme $p+q = r+s$, et réduire sa démonstration. Remonter droites, plans et prop.11. Vider la prop.12.

§ 3 - Réduire à une dizaine de lignes. Et pas de § spécial.

§ 4 - Echanger déf.5 et prop.14. Raccourcir le reste. Prop.15 et 16 en texte. On vide Thalès. Réduire les fonctions affines ; donner celles d'ordre 2 .

§ 5 - Faire le lien des homothéties-translations et des aP ou v de SCHWARTZ (attention aux homoth. de rapport 1). Expliciter groupe, sous-groupe et quotient. Vider la prop.20 .

§ 6 - Réduire les produits à $\frac{1}{2}$ page (et mettre avec les quotients).

<u>Géomètrie affine sur un corps ordonné</u>.

Ne garder que ce qui est nécessaire pour les EVT (cf. ci-dessus). Garder les régions polyédrales convexes, si on peut les raccourcir. Vider les points internes ou intérieurs, ainsi que les facettes. Vider les § 3 et 4 .

§ 5 - Commencer par le groupe et son sous-groupe d'indice 2 ; et prendre le point de vue "conserver l'orientation" (c'est la géomètrie et non l'espace qui est orienté (e)). Bien vérifier si les conventions données collent avec les bords de simplexes et de cubes. On vide les chaines volumétriques (§ 6). Essayer de débrailler les orientations

(= classes de transitivité du groupe sur Λ^n) dans le cas de divers groups (affine, det >0, det.$=1$, Similitudes).

Géomètrie euclidienne.

On dira "géomètrie quadratique" dans le cas général, "euclidienne" pour un espace euclidien "parfait". Prendre, dès le début, un corps de caract.$\neq 2$ et un espace de dim.finie.

§ 1 – Raccourcir les bombinages de la p.89. Dire "isométrie" dans le cas général, "déplacement" si le déterminant est 1 . Bas de la p.91 en exer.

§ 2 – Faire le lien avec le chap.VIII. Dans la déf.1 on ne garde qu'une notion, celle d'"orthogonal" (= "perp.par défaut") ; les variétés perp. par excès ont des dispositions si diverses qu'il semble préfèrable d'expliciter chaque fois ce qui se passe. Remplacer la déf.3 (p.95) par un rappel du chap.VIII (en ne pas dire de bêtises). Remplacer "régulier" par "non isotrope" . Abréger la prop.4 .

§ 3 – Définir la sphère comme couple (centre, extension), puis regarder s'il y a des points. Une figure p.100. Mettre le cas de la droite en cor. de la prop.5 . Essayer de raccourcir la prop.7 en utilisant le fait que caract.$\neq 2$. Ajouter l'inversion et la projection stéréographique ; trouver la sphère par n+1 points par inversion.

§ 4 – Il était plus complet en état 1. Donner le bas de la ~~pxs~~ p.105 en prop.. Expliciter mieux les trucs de multiplicateurs.

§ 5 – Rien à changer.

§ 6 – Dispersé dans les précédents

§ 7 – Rien à changer.

Espaces euclidiens parfaits . (seront dits "euclidiens")

La prop.3 est une conséquence de Witt. On vide les volumes (p.119 sqq.). Raccourcir les sphères. Mettre en évidence la transitivité du groupe (§ 7,p.126) : toujours sur les droites, avec un bon corps sur le cercle unité. On pourrait écrire R additivement, afin de donner forme raisonnable aux formules de la p.127 ; faire celles-ci pour une géom. quadratique qqconque (pour la trigo. hyperbolique). Vider les trucs d'angles addibles, ainsi que la mesure des angles.

Donner en plus.

La géomètrie projective (sur un corps non commutatif)

Ses rapports avec la géomètrie affine et euclidienne (Cayley) : ombilicale, Laguerre, etc.; aussi avec la géom. non euclidienne. Géomètrie pentasphérique.

TOPOLOGIE GENERALE.

On a revu la liste des propositions non démontrées et citées dans le Fasc. de Res.

On décide que, sauf le th. des G_δ (th.1) et celui de Federer-Morse (th.2), tous les résultats du papier polonois figureront au Fasc.Res.: prop.1, prop.2 (pas le cor.), prop.3, th.3 et cor., prop.4 . Ces résultats trouveront leur place dans les chap.IX et X de Top.Géné. à la seconde édition. Les G_δ et Federer-Morse n'apparaîtront que quand on en aura besoin, c.à.d. à l'Intégration ; temporairement l'on pourra y mettre les autres.

Rappeler ce qu'on appelle "base" (prop.1) ; un $\sum$ disant que les deux conditions ne sont pas équivalentes pour un non métrisable. On dira "prépolonois" pour "métrisable de type dénombrable", et "polonois" au lieu de "polonisable" ; vider le truc de quotients (haut p.2). On pourrait faire la prop.3 pour un espace complt. régulier à base dénombrable (ad libitum). Dans le sorite polonois (bas p.2) ajouter le sous-espace, et dégonfler la somme. Demander à Choquet si on peut simplifier la démonstration du th. des G_δ ; un cor. sur l'image réciproque (dans un polonois) d'un sous-polonois d'un espace. Faire Federer-Morse pour un espace loct.compact dénombrable à l'infini. Le th.3 se simplifie un peu en plongeant dans R^n et en considérant les fonctions coordonnées ;

donner un cor. pour l'espace des fonctions continues sur un loct. compact (pour la convergence compacte). Regarder si la prop.4 ne se simplifie pas un peu avec des fonctions caractéristiques.

SPÉCIALISATIONS ET VALUATIONS.

Quelques échos d'une querelle entre Chevalley-Dedekind et Kronecker-Weil sont parvenus aux oreilles du Congrès ; mais les "textes précis", chers à Fustel de Coulange, ont dû se perdre en route. On décide donc de joindre le chapitre à l'avalanche d'Algèbre qui s'abattra fin juin sur Pelvoux.

ALGEBRES NORMEES.

On regarde 16' pages relatives aux *-algèbres (chap.III du rapport GODEMENT). Certains veulent vider le mot "représentation" ("présentation", "réalisation" ?? on verra à Pelvoux). Dire "préhilbertienne" et "hilbertienne" au lieu de "préunitaire" et "unitaire" ; dire "monogène" (algt. ou topologt.) p.5' ; le vecteur X n'est pas dans la structure ; un ⌇ disant que l'équivalence algèbrique n'entraîne pas l'équivalence hilbertienne. Remarquer (ce qui facilite des démonstrations) que $f(y^*x)$ est sesquilinéaire. Dire que $f(x^*x) \geqslant 0$ entraîne $f(x^*)=\overline{f(x)}$ s'il y a une unité, sinon (algèbre de carré nul). Mettre la déf.9 plus tard ; dire "algèbre normée involutive" (déf.10) ; remonter la déf.11 : exposer le mécanisme du passage à l'algèbre avec unité.

Expliciter la prop.1 (p.7'), et la bloquer avec la prop.3 ; donner l'exemple d'une mesure non bornée et de l'algèbre des fonctions continues à support compact. Essayer de comprendre l'astuce du th.1 (cf.Lebigle-Nicodème ; il y a aussi une projection). Faire aussi les doubles représentations.

Il semble (cf. prop.6) qu'il faille faire les *-algèbres commutatives et la théorie spectrale (commutative) avant celle des *-algèbres générales (cf. prop.6).

La déf.15 donne un préordre. Expliciter la correspondance dans la prop.8.

ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES.

Un comité a revu la rédaction définitive des chap.I et II qui sont adoptés modulo des virgules. Après maints essais de bouleverser l'ordre des matières, on adopte, pour les chap.III ($\mathcal{L}(E,F)$) et IV (dualité) un ordre assez voisin de celui des rédactions antérieures. Avant de dévoiler ce plan à nos lecteurs, allèchons-les au moyen de deux listes :

Liste des EVT utilisés en Première Partie.

En Intégration : Banachs, Hahn-Banach, graphe fermé, Banach-Steinhaus, polarité (au sens : conséquence de Hahn-Banach), th. de Banach relatif à la continuité faible sur E' (Fasc.Res.P.50).

Aux Distributions : Banach-Steinhaus, la réflexivité, les tonnelés, les $\mathcal{L}(E,F)$, les hypocontinues.

Tous les EVT rencontrés sont tonnelés.

Conséquence :

Liste des expulsions.

Les bornologiques, les propriétés spéciales des espaces complets,- le sorite fonctoriel sur les $\mathcal{S}$-topologies, -les semi polaires,- les topologies τ ,- le bidual,- des tas de fourbis sur les transposées et les parties bornées de E', - les $\mathcal{L}(F',E')$.

Plan du chapitre III.

§ 1 - Tonneaux et espaces tonnelés (Définitions, un Baire est tonnelé, exemple des Banachs et Fréchets, le sorite).

§ 2 - Ensembles bornés (Définition, propriétés, images, limites inductiv et projectives ; espaces quasi-complets : les fermés bornés (ou les fermés bornés convexes équilibrés) sont complets).

§ 3 - Les $\mathcal{S}$-topologies sur $\mathcal{L}(E,F)$:

1) Rappel des $\mathcal{S}$-topologies de F^E ; compatibilité avec l'addition (sur $\mathcal{F}(E,F)$) ; cas linéaire, condition de compatibilité avec la structure vectorielle d'un sous-espace de $\mathcal{F}(E,F)$; cas de $\mathcal{L}(E,F)$, les 3 exemples. Les semi-normes ; cas des Banachs. Condition de séparation (tjs vérifiée dans la pratique). Relations avec $\mathcal{L}(E,F)$.

2) Parties bornées de (E,F) : critères triviaux ; montrer que "simplement borné" entraîne "borné sur les complets bornés" (on se ramène aussitôt a-u lemme d'absorbtion par les tonneaux) ; cas où E est quasi-complet ; cas des Banachs.

3) Parties équicontinues de $\mathcal{L}(E,F)$. On se ramène à 0 . L'adhérence simple de H équicontinu est dans $\mathcal{L}(E,F)$. Equivalence des diverses convergences sur les équicontinus. Un équicontinu est borné. Si E est tonnelé, simplement borné = bornément borné = équicontinu ; Banach-Steinhaus en corollaire ; application : le th. de la p.48 avec des suites (u_n) et (x_n) d'abord, puis dans le cas général. Cas de continuité des séparément continues.

4) Cas où $\mathcal{L}(E,F)$ est quasi-complet ou complet (E tonnelé ou métrisable, F quasi-complet ou complet).

§ 4 - Applications bilinéaires hypocontinues :

1) Définition, un peu de sorite, prop.5, application aux u.v .

2) Le th. de prolongement (prop.8).

<u>Plan du chapitre</u> IV. ("Dualité")

§ 1 - Dualité faible. Faite sur un corps qqconque, sauf les bipolaires. Définition, miroir. Topologies $\sigma(E,E')$. Polaires, trivialités, th. des bipolaires (c'èst Hahn-Banach). Sous espaces orthogonaux (comme cas particulier des polaires sur R ou C , démonstration spéciale dans le cas général). Dualité entre sous-espaces et quotients ; transposées.

§2 - **Un espace et son dual. Application de la dualité faible : bipolaires** Un convexe fortement fermé de E est faiblement fermé ; l'enveloppe convexe fortement fermée de A ($\subset$ E) est A^{oo} .

§3 - Polarité entre équicontinus de E' et voisinages de E . **Un équicontinu de E' est faiblement relt. compact (Alaoglu!) ; conséquences : boule unité, etc.** Eventuellement la caractérisation des tonnelés : **tout faibt. borné de E' est équicontinu.**

§4 Topologie forte de E' ; est complet. Polarité entre **bornés de E** et voisinages forts de E'.

§5 - Polarité entre voisinages de E et bornés de E' **lorsque E est** tonnelé ; cas des normés.

§6 - Un faiblement borné de E est fortement borné. Démonstration **par** : un simplement borné est borné sur les complets bornés (chap.III, § 3,n°2), -Alaoglu,- la polarité des équicontinus.

§7 - Les formes linéaires faiblement continues sur E'. Sont **définies** par les éléments de E . Caractérisation (Banach) : sont faiblement continues sur les équicontinus.

§8 - Réflexivité. Position du problème : quand une forme **linéaire** fortement continue <u>sur</u> E' est -elle faiblement continue ? Ou : quand E est-il le dual de E' fort ? Condition de réflexivité : "les bornés de E sont relt. compacts" (nécessité par Alaoglu, suffisance triviale). **Coincidence** des topologies dans le cas des tonnelés réflexifs, et des normes **dans le** cas des normés (utiliser le § 5).

§9 - Espaces de Montel. Le dual est un Montel. Identité des **topologies** faible et forte sur les bornés. Suites, et filtres à base **dénombrables**, fortement et faiblement convergents sur un Montel.

§10 - Continuité d'applications linéaires. Toute continue est faiblement continue ; réciproque pour E tonnelé. La transposée d'une **faiblement** continue est fortement continue.

Détails sur le chapitre III.

§ 1 (Espaces tonnelés ; ancien § 3). Dire "par définition des espaces de Baire" (prop.1). Dire (p.18 haut) qu'un tonnelé n'est pas nécesst. métrisable ; vider le laïus après le cor.2, prop.2 ; prop.3 en cor.3 de la prop.2, et pour les produits finis. Le th.1 viendra comme lemme dans le § 3, n°2.

§ 2 (Bornés ; ancien § 1). Vider le laïus en haut de la p.3 ; en bas parler de l'analogie entre compacts et bornés ; pas de $\frac{1}{2}V$ dans la prop.3. Dire, en cor. de la prop.4, que pour qu'un ensemble soit borné, il faut et il suffit que ses suites soient bornées. Expliciter (comme 1er cor.) le cas linéaire de la prop.5 ; dire que l'image d'un borné par application continue (non linéaire) n'est pas tjs bornée ; supprimer le cor.1 (à mettre en laïus dès la définition). Faire la prop.6 pour une limite projective ; le produit en cor.; un même n° pour les prop.6 et 7 ; pour la prop.7 extraire une suite partielle. Remarquer que la prop.9 marche pour les EVT qqconques (cf.exerc).

§ 3 ($\mathcal{S}$-topologies ; ancien § 4). Bien découper en n° ; éviter les sorites ~~xxxxxxxxxx~~ fonctoriels. Remplacer l'ex. de la p.25 par celui de $f(x+h) \to f(x)$ au sens L^p (p étant premier). Vider les familles saturées, et réduire la comparaison des $\mathcal{S}$-topologies à une condition suffisante pour que l'une soit plus fine qu'une autre. Mettre la prop.8 (p.38) en th., et Banach-Steinhaus en cor.; donner Hellinger-Toeplitz à la place de l'ex. p.40 (ainsi qu'un autre de 3ème espèce). Le § a été trop chamboulé pour que les autres décisions de détail gardent leur actualité.

§ 4 - (Hypocontinues ; ancien § 5) - Dégonfler les sorites.

Espaces de Hilbert.

On revoit les décisions prises antérieurement. On décide de vider des §§ 3 et 4 (produits tensoriels, opérateurs) qui ne sont pas à leur place dans la Première Partie ("Vous serez bien plus tranquilles dans la 4ème Partie"). On rétablit le mot "sesquilinéaire". Signe $(x|y)$ de Dirac pour le produit scalaire. On décide à l'unanimité de garder le signe $\ominus$. On réserve la question des projecteurs (?) .

PROCHAINS FASCICULES.

XIII : Intégration (1,2,3,4).- XIV : Algèbre (6,7).- XV : espaces vectoriels topologiques (1,2).- XVI : Topologie Générale (Fasc.Rés.). XVII: Théorie des Ensembles (Introd., 1,2).- Tout ceci est à l'impression, ou y sera envoyé avant la fin de 1952.

On prévoit ensuite : EVT (3,4),- Ensembles (3,note historique),- fin de l'Intégration,- début des variétés différentiables,- et un premier fascicule de la Seconde Partie (algèbre commutative). Tout ceci pourrait être fait d'ici 1955.
