

Archives
tribun n° 23

LA TRIBU.

(Bulletin oecuménique, apériodique et bourbachique).

COMPTE-RENDU DU CONGRÈS DE NANCY

(27 Janvier - 3 Février 1951).

Présents : CARTAN - DELSARTE - DIEUDONNÉ - DIXMIER - GODEMENT - KOSZUL-SAMMY - SAMUEL - SERRE - SCHWARTZ.

Cobayes : GLAESER - GROTHENDIECK - Un Brésilien.

Le Congrès se tint partiellement sous le signe des restrictions. La manne de Rockefeller ayant cessé de pleuvoir, les déjeûners eurent lieu dans les lieux les plus économiques, et l'on s'en trouva fort mal ; d'abord les fidèles, mal sustensés, n'apportèrent que peu d'attention aux débats, qui dégénérent souvent en conversations privées ; ensuite on se précipita chaque soir sur les repas pantagruéliques offerts par les Nancéiens, ce qui occasionna à certains des nuits blanches. Le régime des Hauts Commissariats fit de désastreux progrès, et le Maître ordonne à tous ses fidèles de cesser au plus tôt cette déviation, et de revenir à la ligne générale des premières années. Sur le conseil d'un philosophe, on créera, pour SERRE, une chaire de Gymnastique Supérieure à Nancy. Et l'on fera inscrire les espaces vectoriels topologiques métrisables sur la liste d'aptitude.

Engagements du Congrès.

CARTAN : Fait un rapport sur Stokes (1^{er} mai 1951), un rapport sur les variétés différentiables avec un peu de calcul des variations (pour février 52), et songe à la réédition de l'Algèbre.

DIEUDONNÉ : Termine le rapport sur les fonctions analytiques, rédige le chap. I des e.v.t., et les chap. V et VI d'intégration, fait (pour juin 52) un rapport sur l'Algèbre Unidimensionnelle en collaboration avec Samuel.

- DIXMIER : termine l'état 6 de la Logique, rédige un rapport (ou un chapitre) sur la mesure de Haar, etc. (pour le 1^{er} mai 1951).
- GODEMENT : Hilbert-Schmidt (Octobre 51), rapport sur la théorie ergodique (Octobre 51).
- KOSZUL : rédige le chapitre des Algèbres de Lie (juin 1952).
- SAMMY : dualité faible (octobre 51), rapport sur les foncteurs (juin 52).
- SAMUEL : rédige l'état 5 des convexes (octobre 51), termine l'état définitif de la Divisibilité, fait un rapport d'Algèbre Unidimensionnelle avec Dieudonné, fait un rapport d'Algèbre locale.
- SCHWARTZ : fait pour le 15 mai un rapport sur les groupes de Lie (c'est juré et craché), fascicule de résultats des e.v.t. (pour octobre 51), rapport sur le potentiel (juin 52), n'oublie pas les formes quadratiques.
- SERRE : rédige les anneaux primitifs (juin 52), songera à un second rapport sur les espaces fibrés (tenant compte des dernières trouvailles de son Haut Commissariat).
- WEIL : fait pour mai 51 un rapport de géométrie différentielle avec Chern.

Programme des prochains Congrès.

- 1) En juin-juillet : congrès oecuménique à Ailefroide. Lecture de l'état 2 (Chevalley) des var.diff., rapport Cartan sur Stokes, rapport Weil-Chern de géom.diff.; rapport Schwartz sur les groupes de Lie ; fin du rapport Chevalley sur les Algèbres de Lie ; rapport Dieudonné sur les fonctions analytiques ; rapport Dixmier sur la mesure de Haar ; lecture de l'état 2 (Samuel) des spécialisations et valuations ; lecture de la rédaction Chevalley des structures.

2) En Octobre 51 à Royaumont (contacter Gadoffre). Espaces vect. topol. (chap.I en comité); chap.II (Samuel); dualité faible (Sammy); Hilbert-Schmidt (Godement); fascicule de résultats (Schwartz)). Lecture de la rédaction Dieudonné des chap.V et VI d'Intégration.

COMITÉ de la DIVISIBILITÉ.

On a lu la rédaction SERRE des endomorphismes. Quelques déplacements de virgules (sans importance). On laisse la montagne tensorielle en appendice; on en vide la démonstration de H.C. par les produits intérieurs (mais on ajoute, dans le §, la démonstration par prolongement des identités).

LOGIQUE et ENSEMBLES.

DIXMIER s'aperçoit que les suggestions Weil relatives à Σ conduisent à contradiction; ceci cadre mal avec les assurances de Rosser. D'autre part certains ont bien envie de "gödeliser" pour traiter plus commodément de choses comme l'homologie axiomatique ou les applications universelles, mais se demandent si classes et Σ sans restrictions, mis ensemble, ne vont pas canuler. Enfin Cartan se méfie d'un système "fermé" où tout est donné dès le début. Bref le Haut Commissariat est perplexe, et se réserve de rédiger un commentaire.

Unique décision concrète: on décide de mettre les Structures après le chapitre des Ordonnés, ordinaux, cardinaux et entiers.

ALGÈBRES de LIE.

Le Congrès a été heureux de voir, enfin, quelque chose d'un peu nouveau pour lui; les algébristes associatifs poussèrent cependant des hurlements lorsqu'ils s'aperçurent des différences entre les deux genres d'algèbres.

Et un pessimiste s'écria, légèrement fatigué par les algèbres de Lie : "It's killing ! Much ado about nothing !" ; un autre, par lapsus, parla longuement des "algèbres de fous" . Le plan suivant est adopté :

Préliminaires. Passer rapidement sur les algèbres qqconques. Algèbre enveloppante d'une algèbre de Lie (on montre que Jacobi équivaut à la possibilité d'immersion biunivoque ; arranger le "straightening process" de Garrett Birkhoff). On fera des algèbres de Lie sur des anneaux.

§ des idéaux. Définition, idéaux nilpotents, idéaux résolubles, \mathbb{Q} ; des garde-fous disant que, contrairement au cas associatif, certains trucs ne sont pas des idéaux ; au lemme 2 (p.5) dire que, cependant, l'annulateur d'un idéal est un idéal. Malgré les "associatifs" on ne changera pas la terminologie reçue.

On définit ensuite les représentations dans un espace V (dire "dimension" et non "degré"), et la forme bilinéaire B (on dira "orthogonal pour B " etc). Énoncé du théorème fondamental (p.7), avec 5 conditions et non 3 (IV : radical nul; V : somme directe de simples) ; puis définition ("semi-simple" = "de caract.0 et une des 5 conditions) ; démonstration des implications faciles ; raccourcir la prop.2 (p.8) en remarquant que, si B est non dégénérée, il en est de même de sa restriction à un idéal (s'il y a qq chose à dire de l'image réciproque de B , et un diagramme, on sera ravi). Théorème d'Engels avec l'énoncé : "toute représ. irréd. d'une alg. de Lie par des endom. nilpotents est nulle" ; expliciter la suite centrale descendante. Chiader la théorie des réplias pour l'ancien § 5 ; le fait que III implique la semi-simpli- cité de la représ. adjointe (p.13, bas) viendra avant les réplias (démonstration en se servant du lemme sur la non-dégénérescence de la restriction de B à un idéal).

3 cohomologique. Commencer par le résultat élémentaire "pour que toute représ. soit comp^t.réd., il faut et il suffit que $H^1(G,V)=0$ pour tout V^n . Montrer alors que, en caract.0, la non-dégénérescence de B implique $H^n(G,V) = 0$ ($n=1,2$) (d'abord pour n qqconque et V irréductible au moyen de Casimir (à introduire sans bases, en se servant de B); puis pour la représ. nulle dans $V=k$ (c'est $G = DG$); enfin pour tout V au moyen de suites exactes et d'éléments invariants). Ceci donne immédiatement l'équivalence de III et I', ainsi que Levi-Malcev. Remarque historique : c'est le mercredi 31 Janvier 1951 à 14 H 27 que Dieudonné a admis que le Haut-Commissariat introduise ici la cohomologie.

On s'est arrêté au début du th. d'Ado.

ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES.

On décide de rédiger un Fascicule de Résultats (de moins de 35 p.) afin de permettre aux non initiés de s'y reconnaître.

Chapitre I (reviendra en comité). On garde le §1 (sauf les bornés), le §2 et le §5 des métrisables (avec : voisinages, distances, exemples th. des homom. de Banach).

Dualité faible. Parler de "topologie la plus fine qui ..." et "la moins fine que ..."; essayer de démontrer la prop.4 en utilisant la prop.5 et les caractérisations fonctorielles des topologies induite et quotient ("Hurrah for Sammy!"). Le plus sage semble de mettre ceci en §1 du chap. IV.

Chapitre II. §1 (ensembles convexes) : définition, intersection produit image, enveloppe convexe ; cones convexes et esp. vect. ordonnés ; ensembles convexes dans les e.v.t., intérieur, adhérence, enveloppe fermée convexe ; espace loc. convexes, sorite, pas de semi-normes,

limites inductives, exemple des (LF). § 2 (Hahn-Banach) sera fait avec topologie ; caractérisation des fermés convexes, des var. lin. fermées ; prolongt. des formes linéaires continues, complément ; formes linéaires positives dans un espace ordonné par un cône ayant un point intérieur ; dire que deux topologies loc. convexes ayant les mêmes formes linéaires continues ont mêmes fermés convexes. § 3 (compacité) th. de point fixes amélioré (§ 1, p.113) ; enveloppes fermées convexes de compacts (§ 3) ; hyperplans d'appui et points extrémaux (on définira les variétés d'appui par "0 est extrémal après passage au quotient), renforcer Krein-Milman, donner des exemples. § 4 (semi-normes) fonctions convexes ; jauges ; semi-normes ; forme de Hahn-Banach avec $|f(x)| \leq p(x)$; application aux loc. convexes, complétion, applications multilinéaires (il suffit d'exprimer ici la continuité en 0 en termes de semi-normes, la continuité partout s'en déduit (à dire au chap.I)). Un appendice sur les espaces complexes (dire "cerclé" et "disqué").

Chapitre III (espaces d'applications linéaires) (indépendant de Hahn-Ban.

§ 1 : Ensembles bornés, sorite (chap.I), enveloppe convexe ; on dira qu'un ensemble "absorbe" un autre.

§ 2 - Espaces bornologiques (caractérisés par les bornés), applications linéaires continues dans un loc. convexe, cas des métrisables, limites inductives de bornologiques.

§ 3 : $L(E,F)$; équicontinues, les \mathcal{I} -topologies (des convergences simple, compacte et bornée) (chap.I) ; cas où E est bornologique ($L(E,F)$ (complet)).

§ 4 : Applications bilinéaires hypocontinues ; cas des métrisables (chap.I, p.71).

§ 5 : Parties bornées de $L(E,F)$, les équicontinus sont bornés.

§ 6 - Tonneaux, espaces tonnelés, équivalence avec Banach-Steinhaus ; limites inductives ; Baire implique tonnelé ; tout tonneau avale les bornés convexes complets, application aux bornés de $L(E,F)$; si E est bornologique, tout fortement borné de $L(E,F)$ est équicontinu.

Chapitre IV (Dualité)

§ 1 - Dualité faible.

§ 2 - Polaires, topologies compatibles avec la dualité faible :

1) bipolaire = adhérence faible, 2) condition de compatibilité de Mackey, 3) tout convexe fortement fermé est faibt. fermé, 4) tout faibt. borné est borné.

§ 3 - Topologies sur le dual, th. de Grothendieck, topologie forte ; bidual, réflexivité ; th. de Banach sur les faibt. fermés.

§ 4 - Transposée ; continuité forte et faible ; isomorphismes forts et faibles ; - parties équicontinues de $L(E,F)$.
