

## LA TRIBU

(Bulletin oecuménique , a périodique et bourbachique).

-----  
N° 3 . - 15 Septembre 1940 .  
-----Adresse provisoire de la Rédaction : H.Cartan , rue Croix des  
Liondards , Beaumont (Puy-de-Dôme).

I. Etat actuel et perspectives d'avenir de Bourbaki . Pour peu brillant qu'il soit , l'état actuel de Bourbaki pourrait être pire . Ses membres sont sains et saufs , et aucun n'est en captivité , ce qui est beaucoup , par le temps qui court . Le gros point noir actuel est , bien entendu , l'impossibilité de se réunir ; il est vraisemblable que cette situation durera au moins autant que les hostilités . En tout cas , une fois un état stable rétabli , se posera la question fondamentale de la répartition géographique des membres de Bourbaki , dans une superficie assez restreinte pour permettre les Congrès trimestriels ; cette question devra être résolue , d'une manière ou d'une autre : il y va de la vie même de Bourbaki . Auprès de celle-là , les autres difficultés comme celle de l'impression , sont tout à fait secondaires .

En attendant , il n'y a aucune raison de demeurer inactifs , bien au contraire : cette période d'attente doit permettre de préparer de nombreuses rédactions , en vue des discussions futures ; le service de ~~XXX~~ polycopie fonctionne normalement à nouveau , les manuscrits seront donc tirés et distribués comme d'habitude .

Toutefois , il faut un plan de travail : on en trouvera un ci-dessous . La rédaction espère que chacun s'y ralliera , et lui enverra au plus tôt ses offres de services : excellente occasion de secouer la torpeur que la guerre avait engendrée chez certains , et comme dit Sylvester , de "<sup>revenir</sup> à la vie ... mathématique" !

II. Projet de plan 1940 . Les événements de 1939 , qui ont empêché la réunion annuelle du Congrès , n'ont pas permis ( par suite à Dieudonné , d'exécuter son numéro ~~XX~~ comique rituel de la "présentation du Plan" . Les circonstances actuelles ne sont guère plus favorables ; mais , ne reculant devant rien pour satisfaire son honorable clientèle , il lui soumet cette fois le plan 1940

I<sup>re</sup> PARTIE . Les structures fondamentales de l'Analyse .

Livre I : Théorie des Ensembles .

Livre II : Algèbre .

Livre III : Topologie générale .

Livre IV : Espaces vectoriels topologiques .

Livre V : Techniques élémentaires du Calcul infinitésimal .

Livre VI : Intégration .

Livre VII : Topologie combinatoire (degré topologique , dimension, nombres de Betti , surfaces de recouvrement , voir Topologia Bourbachica , parties II, III, IV).

Livre VIII : Différentielles; variétés différentiables ; intégration des différentielles ; théorèmes d'existence (non analytiques)

Livre IX : Calcul des variations (méthode directe , méthode différentielle , conditions suffisantes pour l'extremum)

Livre X : Fonctions analytiques (propriétés élémentaires , surfaces de Riemann , uniformisation , théorèmes d'existence analytiques).

II<sup>e</sup> PARTIE . Analyse linéaire .

Livre XI : Fonctions linéaires dans les espaces  $L^p$  (théorie spectrale des opérateurs hermitiens et unitaires dans  $L^2$  ; systèmes orthogonaux ; équations intégrales).

Livre XII : Intégrales à noyaux (étude de  $\int_E K(x,t) d\mu(t)$  en fonction de  $x$  , et de  $\lim_{y \rightarrow y_0} \int_E K(x,y,t) d\mu(t)$  : fonctions de grands nombres , intégrales singulières , procédés de sommation , transformations de Fourier et Laplace).

Livre XIII : Equations différentielles linéaires (cas réel : problèmes aux limites divers ; cas complexe : étude aux points singuliers , étude globale . Fonction hypergéométrique (?)).

Livre XIV : Equations elliptiques (problèmes de valeurs propres , cf. Courant et Hilbert ; potentiel , fonctions harmoniques ; fonctions sphériques , de Bessel , Legendre , Mathieu (?), Lamé (??))

Livre XV . Equations hyperboliques et paraboliques .

Développements de Delsarte , à caser quelque part .

III<sup>e</sup> PARTIE . Analyse algébrique .

Livres XVI et XVII (ordre à déterminer) : Idéaux<sup>de</sup> polynômes , géométrie algébrique , fonctions algébriques , abéliennes , elliptiques .

Livre XVIII : Fonctions automorphes .

Livre XIX : Equations différentielles algébriques (Poincaré , Painlevé , Ritt , etc..)

Livres XX , XXI, XXII : trois Livres de Théorie des Nombres (??): corps de nombres algébriques , approximations et équations diophantiennes , théorie analytique des nombres (nombres premiers , fonctions  $\Gamma$  et  $\zeta$ , méthode de Hardy-Littlewood).

IV<sup>e</sup> PARTIE . Topologie différentielle .

Livre XXIII : Systèmes de Pfaff (théorie de E.Cartan).

Livre XXIV : Groupes de Lie et groupes topologiques .

Livre XXV : Géométrie différentielle .

Livre XXVI : Etude topologique des équations différentielles (Poincaré , Morse (?)) théorie ergodique (??)

Livre XXVII : Calcul numérique .

Volume approximatif : entre 7.000 et 10.000 pages .

III. Etat actuel et plan des travaux . Si on adopte , même très approximativement , le plan ci-dessus , on voit qu'il y a du pain sur la planche . Il faudrait (en supposant revenues des conditions à peu près normales) arriver à sortir 500 pages par an en moyenne . Cela ne doit pas être excessif : les premières années ont été les plus difficiles , parce que nous avons à construire une base solide ; on peut considérer maintenant qu'à ce point de vue , le plus gros est fait ; le reste devrait aller plus vite .

Il faut reconnaître aussi que nous n'avons pas toujours adopté les méthodes les plus rapides . Comme l'a justement remarqué Weil, on a commis l'erreur de discuter trop souvent dans le vide ; les seules parties qui aient abouti sont celles qui ont été discutées sur rédaction détaillée ; il faudrait s'inspirer de ce fait par la suite .

On propose donc , à l'avenir , le mécanisme suivant : un Livre est ~~donné~~<sup>confié</sup> à un rédacteur , qui

est chargé de donner libre cours à son génie sur le sujet , en se bornant seulement à suivre des directives très générales ; on lui demande de pondre une rédaction sommaire , mais couvrant tout le sujet , de manière à pouvoir faire l'objet d'une discussion d'ensemble . Si la discussion révèle un désaccord profond sur le plan ou la méthode , un second rédacteur repart sur de nouvelles bases .

Au contraire , dès qu'il y a accord , même approximatif , sur les grandes lignes , la rédaction détaillée est confiée à Dieudonné , et ne sort plus de ses mains , en passant par plusieurs états successifs , jusqu'à l'accord complet . La capacité de travail du

susdit est d'environ 800 à 1000 pages par an ; en admettant qu'il fasse en moyenne 2 rédactions du même sujet , on arrive à peu près au desideratum ci-dessus pour la cadence de la publication .

Passons maintenant à l'état actuel des travaux :

Livre I . Réserve d'un commun accord , ce qui n'offre guère d'inconvénients maintenant que le fascicule de résultats est paru . Si par hasard quelqu'un était tenté par le sujet , on rappelle que la dernière rédaction tirée est celle de Weil , qui est complète ; en outre , Dieudonné tient un monstre logique à la disposition des amateurs . En attendant , il y aurait peut-être lieu de publier quelque part une démonstration du théorème de Zorn , en admettant que ce dernier n'en ait pas publié déjà une (Zorn a publié son "théorème" comme axiome , dans Bull.Amer.Math.Soc., t.41 (1935) p. 667-670 , avec des applications à l'Algèbre , et en annonçant un article où il démontrerait son axiome à l'aide de celui de Zermelo ; l'article est-il paru ?).

Les Livres suivants , de II à V , sont rédigés ou en cours de rédaction détaillée , par Dieudonné ; leur état précis est le suivant

Livre II . Vu l'impérieuse nécessité d'avoir pour la suite une rédaction d'Algèbre qui ne soit plus à l'état de fantôme , Dieudonné en a entrepris une il y a environ 6 mois . Actuellement , le chapitre I est à la polycopie ; le chap.II est terminé . Dieudonné pense avoir terminé dans 7 ou 8 mois , sauf empêchements !

Livre III . Le fascicule I (chap.I et II) est au brochage , et doit sortir incessamment . Les chap. III , IV et VI ont fait l'objet d'une discussion par correspondance entre Cartan , Dieudonné et Weil en Mars-Mai de cette année (publiée en partie dans "La Tribune" et interrompue par les événements). Toutefois , il reste assez peu de points en litige pour que Dieudonné puisse entreprendre dès maintenant une nouvelle rédaction , à laquelle il faut espérer qu'il n'y aura plus à faire que de faibles retouches . Les chap. V, VII et VIII sont tirés depuis décembre 1939 ; ils n'ont pas été discutés .

Livre IV . Dieudonné a entrepris une nouvelle rédaction , tenant compte des discussions de Dieulefit , en Février dernier ; le chap I est tiré depuis Mai ; le chap.II est terminé , le chap.III est en cours . Achèvement probable vers Décembre 1940 .

Livre V . Rédigé complètement et distribué depuis Juillet 1939 ; non discuté .

Livre VI . La dernière rédaction détaillée est le défunt diplotocus rejeté unanimement . Le nouveau projet Weil a été publié dans

le dernier n° de "La Tribu" ; les Notes complémentaires annoncées pourront sans doute l'être dans le prochain n°. Bien que séduisant à première vue, il ne semble pas que ce projet soit mûr pour servir de base à une <sup>rédaction</sup> détaillée, avant d'avoir été assez longuement médité par chacun ; il reste en tout cas à résoudre la question du passage des "intégrandes" de Weil aux fonctions ou "pseudo-fonctions" mesurables ; ce passage est-il nécessaire ? Et si oui, comment le faire ? On verra, dans les Notes annoncées comment se pose exactement le problème.

Livres suivants. Pratiquement inexistantes ; c'est sur ce point que la Rédaction suggère de faire porter les plus gros efforts (naturellement, <sup>cela n'empêche que</sup> si quelqu'un a une idée de génie sur les Livres I à VI, il est invité à la faire connaître au plus tôt, pour éviter des rédactions inutiles). Il semble que, par ordre d'urgence, les redactions sommaires à entreprendre d'abord soient celles des Livres VII (Top. combinatoire) VIII (différentielles, éventuellement à joindre au Livre VII si les éléments ~~R~~ R-W marchaient ?) et X (Fonctions analytiques générales). On demande donc des amateurs pour chacun de ces trois Livres, avec engagement ferme de produire une rédaction sommaire mais complète, avant Juillet prochain ; mieux vaut ne rien promettre si on n'est pas sûr de pouvoir tenir, en causant ainsi un trou gênant pour la suite. Si quelqu'un est tenté par un Livre plus éloigné, il vaut mieux encore qu'il l'entreprenne plutôt que de ne rien faire, ce sera en tout cas du terrain déblayé.

A tous, salut et bénédiction.

Bourbaki.

---