COTE DELES 011

TEXTE AVANT-PROJET - ÉQUATIONS INTÉGRALES
(MANUSCRIT DE JEAN DELSARTE, PIÈCE UNIQUE)

FONDS JEAN DELSARTE

NOMBRE DE PAGES NUMÉRISÉES 5

NOMBRE DE FEUILLES PRISES EN COMPTE 5

Bourbaki. Avant-projet. Équations intégrales. Riesz. Act. Math. 1918

I./ Espace de Hilbert. Axiomatique. Topologie. T. 41. p. 71-98

- Espace hermitien - langage géométrique.
- Définition axiomatique de l'espace de Hilbert. - Topologie forte.
- Variétés linéaires ~~cos~~ ; variétés linéaires complètement orthogonales ; décomposition d'un vecteur sur deux telles variétés. (démonstration de ~~Schmidt~~ Riesz)
- Coordonnées dans l'espace de Hilbert. Unicité de cet espace.
- Fonctions linéaires continues dans l'espace de Hilbert. - L'espace de Hilbert est son propre dual.
- Topologie faible. Elle admet un théorème de Bolzano-Weierstrass. (compacité locale).
- Exemple d'espace de Hilbert : espace des fonctions de carré sommable

II/. Opérateurs linéaires bornés dans l'espace de Hilbert.

- Définition et propriétés générales des opérateurs linéaires ; Opérateur ~~on~~ transposé. Opérateurs hermitiens ; opérateurs unitaires,
- Opérateurs bornés ; ils sont continus, et inversement. Forme bilinéaire.
- Projecteurs - ce sont des opérateurs linéaires bornés et hermitiens, identiques à leur carré. Conditions N et S pour que la somme de plusieurs projecteurs soit un projecteur.
- Le théorème d'Hellinger-Toeplitz sur les opérateurs bornés. ~~Bor~~
- Suites d'opérateurs linéaires bornés : Convergence faible ; convergence forte, convergence uniforme. Propriétés diverses.

- Étude de l'opérateur $E - \lambda A$ ; Opérateur résolvant. Notion de spectre.
- Propriétés algébriques de l'opérateur résolvant. Application Cayleyenne d'un opérateur hermitien.

## III. - Théorie des opérateurs hermitiens bornés.

- Formes hermitiennes. ~~[illegible]~~ - Anneau construit sur une forme donnée.
- Réduites successives d'une forme hermitienne.
- Théorie de Riesz
- Étude du spectre.
- Spectre ~~continu~~ discontinu : fonctions propres.
- Spectre continu ; solutions différentielles.
- Représentation d'une forme hermitienne par intégration d'un projecteur sur le spectre.
- Généralisations diverses ; opérateurs normaux ; opérateurs unitaires ; opérateurs symétrisables.

## IV. Opérateurs complètement continus ; opérateurs de Fredholm.

Définition de la complète continuité.

Théorème fondamental : le spectre d'un opérateur complètement continu est discontinu, et à chaque valeur spectrale correspond une multiplicité linéaire invariante d'un nombre fini de dimensions.

Exemple d'opérateurs complètement continus : les opérateurs de Fredholm, l'espace de Hilbert étant l'espace des fonctions de carré sommable sur un espace mesuré de mesure totale finie.

Théorie des opérateurs de Fredholm. ~~Formation de la fonction déterminante fondamentale~~.

Cas du noyau borné. Formation de la fonction déterminante fondamentale.

Les théorèmes de Fredholm. Étude des noyaux principaux. [Avec ou sans les diviseurs élémentaires].

Cas du noyau non borné, mais de carré sommable par rapport à chacune des variables.

Cas où il existe un itéré borné. (Poincaré).

## V/ Opérateurs singuliers et équations intégrales singulières

A titre de suggestion : Opérateurs unitaires sur $L^2(-\infty, +\infty)$ : (Plancherel et généralisations : Doetsch ; Watson).

Ch – Kamke – Collection Bleue ( Poincaré cycles limites) –

– Cas de (n > 2) – (réservé) –

– Eq. de van der Pol comme exemple de Méth. pratique de recherche des cycles

$M^{el}$ 8, t