COTE DELES 006

TEXTE INTÉGRATION ESCORIALE
[EN 2 ÉTAPES]

FONDS JEAN DELSARTE

NOMBRE DE PAGES NUMÉRISÉES 7

NOMBRE DE FEUILLES PRISES EN COMPTE 7

INTEGRATION ESCORIALE.

Axiomes de tribu. Ordre provisoirement adopté: 3°,2°,1°. Examiner s'il n'est pas préférable de décomposer 3° en un axiome sur la réunion de deux, et un axiome sur la limite croissante. Donner un laius scurrile sur la différence entre une tribu et une famille d'ensembles ouverts. Donner deux lemmes de théorie des ensembles - avec démonstration - : toute réunion dénombrable peut être considérée comme limite croissante, toute intersection dénombrable comme limite décroissante. D'où le théorème sur l'intersection dans la tribu. / Aussitôt après la définition, donner la structure tribale induite sur un sous-ensemble appartenant à la tribu.

Immédiatement après l'engendrement d'une tribu par une famille, critère pour que deux familles F, F' engendrent la même tribu: il faut et il suffit que la tribu T engendrée par F contienne F', et T' contienne F. Tribu de Baire sur un ordonné quelconque; application à R et $\overline{R}$. Les deux cent familles engendrant Baire sur la droite (interv. ouverts; fermés; infinis à gauche, ouverts à droite; infinis-dyadiques et en général une extrémité partout dense, l'autre fixe; etc.). Notion de base.

Définition d'une structure tribale par une classe de fonctions définies sur un fondamental E: on prend les images inverses de ~~d'une~~ tribus données dans les espaces de valeurs, et la plus petite tribu dans E sur tout cela.* Premier exemple: on retrouve la structure induite sur un sous-ensemble de la tribu (La généralisation à un sous-ensemble quelconque, sans intérêt). 2e ex.: produit d'ensembles à structure tribale, avec la classe des fonctions coordonnées; Baire dans R^n. 3e exemple: espace topologique quelconque, avec la classe des fonctions continues: tribu de Baire; montrer qu'on retrouve ainsi Baire sur la

*(noter la transitivité).

DELES006

3

droite et dans R^n. Dans un métrique quelconque, tout fermé est de Baire (par la distance), l'espace entier est de Baire (comme limite de sphères de centre o), tout ouvert est de Baire (comme complémentaire d'un fermé).

Le chap.III passe au chap.II à titre d'exemples: théorème p.8, énoncé comme cas particulier des fonctions de fonctions quand l'espace intermédiaire est R^n; les théorèmes p.9 (bornes et lim.sup.et inf.) subsistent avec leurs démonstrations.

Fonctions étagées: définies comme fonctions à un nombre fini de valeurs dans $[0,+\infty)$. ~~Immédiatement après cette définition~~ (On vomit provisoirement le lemme de décomposition). ~~Applications~~ Les fonctions étagées sont identiques aux combinaisons linéaires de fonctions caractéristiques, et les fonctions étagées bourbachiques aux combinaisons de fonc.carac. d'ensembles de la tribu.

(En ce qui concerne ce chapitre, Weil réserve les fonctions de fonctions). (Au lieu du théorème p.11, une suite croissante de fonctions étagées).

Chap.~~V~~ V et VI, réunis en principe ("Mesures et inégrales attachées aux mesures"). Mesure complètement additive = simplement additive, et continue sur les suites croissantes.

Intégrale, axiomes et théorème d'unicité et existence: comme rédigé sur le papier annexe. Immédiatement à la suite, (? ou après les propriétés de l'intégrale) définition des séries (et sur un espace à un nombre fini d'éléments on retrouve la somme finie), notation par sigma. (Observer, avec référence*, que c'est le seul cas où on peut définir une mesure sur la tribu de tous les sous-ensembles). Propriétés de l'intégrale, avec modifications suivantes: a) garder seulement la monotonie; b) remplacer par l'additivité complète (à moins qu'on ne la reporte au théorème de Lebesgue-Fubini); c) insérer la définition de "presque partout par rap-

*Zarski)

DELES 006

4

port à une mesure" (ces derniers mots omis par abus de langage).

d), d_1) intervertis. Lebesgue-Fatou, inchangés. Donner tous les théorèmes où figure une limite, pour un indice parcourant un espace topologique quelconque avec Ier ax. de dénombrabilité (une seule démonstration de préférence). Donner les résultats où figure une limite croissante ou décroissante, pour un indice parcourant un ordonné.

Ne pas oublier en son lieu, le cas échéant, le lemme au théorème d'Egoroff (p.42 de Saks).

Pour le théorème de Lebesgue, consulter Chevalley qui a une condition suffisante plus large; voir les résultats de la Vallée-Poussin x et Evans; cf. aussi Flamant (qui se place dans l'intégrale de Stieltjes).

Nota - Chevalley est prié de retrouver son laïus scurrile sur l'intégration, muni des égyptiens ; ou de refaire ce laïus.

DELES 006

5

INTÉGRATION ESCORIALE.

Axiomes de tribu. Ordre provisoirement adopté : 3°,2°,1°. Examiner s'il n'est pas préférable de décomposer 3° en un axiome sur la réunion de deux, et un axiome sur la limite croissante. Donner un laïus scurrile sur la différence entre une tribu et une famille d'ensembles ouverts. Donner deux lemmes de théorie des ensembles - avec démonstration - : toute réunion dénombrable peut être considérée comme limite croissante, toute intersection dénombrable comme limite décroissante. D'où le théorème sur l'intersection dans la tribu.- Aussitôt après la définition, donner la structure tribale induite sur un sous-ensemble appartenant à la tribu.

Immédiatement après l'engendrement d'une tribu par une famille, critère pour que deux familles F, F' engendrent la même tribu : il faut et il suffit que la tribu T engendrée par F contienne F', et T' contienne F. Tribu de Baire sur un ordonné quelconque ; application à R et $\overline{R}$. Les deux cent familles engendrant Baire sur la droite (interv. ouverts ; fermés ; infinis à gauche, ouverts à droite ; infinis-dyadiques et en général une extrêmité partout dense, l'autre fixe ; etc..). Notion de base.

Définition d'une structure tribale par une classe de fonctions définies sur un fondamental E : on prend les images inverses de tribus données dans les espaces de valeurs, et la plus petite tribu dans E sur tout cela (noter la transitivité). Premier exemple : on retrouve la structure induite sur un sous-ensemble de la tribu (La généralisation à un sous-ensemble

.....

quelconque, sans intérêt). $2^{è}$ ex.: produit d'ensembles à structu--re tribale, avec la classe des fonctions coordonnées ; Baire dans R^n. $3^{è}$ exemple : espace topologique quelconque, avec la classe des fonctions continues : tribu de Baire ; montrer qu'on retrouve ainsi Baire sur la droite et dans R^n. Dans un métrique quelconque, tout fermé est de Baire (par la distance), l'espace entier est de Baire (comme limite de sphères de centre o), tout ouvert est de Baire (comme complémentaire d'un fermé).

Le chap. III passe au chap. II à titre d'exemples : théorème p. 8, énoncé comme cas particulier des fonctions de fonctions quand l'espace intermédiaire est R^n ; les théorèmes p. 9 (bornes et lim. Sup. et inf.) subsistent avec leurs démons--trations.

Fonctions étagées : définies comme fonctions à un nombre fini de valeurs dans $[0, +\infty]$. (On vomit provisoirement le lemme de décomposition). Les fonctions étagées sont identiques aux combinaisons linéaires de fonctions caractéristiques, et les fonctions étagées bourbachiques aux combinaisons de fonc. carac. d'ensembles de la tribu.

(En ce qui concerne ce chapitre, Weil réserve les fonctions de fonctions). (Au lieu du théorème p. 11, une suite croissante de fonctions étagées).

Chap. V et VI, réunis en principe ("Mesures et inégrales attachées aux mesures"). Mesure complètement additive = simplement additive, et continue sur les suites croissantes.

.....

Intégrale, axiomes et théorème d'unicité et existence : comme rédigé sur le papier annexe. Immédiatement à la suite, (? ou après les propriétés de l'intégrale) définition des séries (et sur un espace à un nombre fini d'éléments on retrouve la somme finie), notation par sigma. (Observer, avec référence, (Tarski) que c'est le seul cas où on peut définir une mesure sur la tribu de tous les sous-ensembles). Propriétés de l'intégrale, avec modifications suivantes : a) garder seulement la monotonie ; b) remplacé par l'additivité complète (à moins qu'on ne la reporte au théorème de Lebesgue-Fubini) ; c) insérer la définition de "presque partout par rapport à une mesure" (ces derniers mots omis par abus de langage). d), d_1) intervertis. Lebesgue-Fatou, inchan--gés. Donner tous les théorèmes où figure une limite, pour un indice parcourant un espace topologique quelconque avec 1^{er} ax. de dénombrabilité (une seule démonstration de préférence). Donner les résultats où figure une limite croissante ou décroissante, pour un indice parcourant un ordonné.

Ne pas oublier en son lieu, le cas échéant, le lemme au théorème d'Egoroff (p. 42 de Saks).

Pour le théorème de Lebesgue, consulter Chevalley qui a une condition suffisante plus large ; voir les résultats de la Vallée-Poussin et Evans ; cf. aussi Flamant (qui se place dans l'inté--grale de Stieltjes).

<u>Nota</u>.- Chevalley est prié de retrouver son laïus scurrile sur l'intégration, muni des égyptiens ; ou de refaire ce laïus.