

**COTE**      **DELES 005**

**TEXTE**      **ALGÈBRE EXTÉRIEURE - DÉCISIONS ESCORIALES**  
**[EN 2 ÉTAPES]**

**FONDS**      **JEAN DELSARTE**

**NOMBRE DE PAGES NUMÉRISÉES**      **5**

**NOMBRE DE FEUILLES PRISES EN COMPTE**      **5**

Algèbre extérieure, . Dicinian escoriales .

Algèbre extérieure ~~à~~ définie au moyen d'un espace vectoriel ~~à~~  $K^n$  donné: c'est un système hypercomplexe  $S$  (c'est-à-dire avec élément unité, multiplication scalaire par  $K$  et une multiplication associative dite extérieure et notée par  $V$  renversé, qui sera noté par  $V$  sur ce papier) satisfaisant aux deux axiomes suivants:

I. Si  $x$  et  $y$  sont dans  $K^n$ ,  $x V y = -y V x$

II. Tout élément de  $S$  se déduit de ceux de  $K^n$  et de l'unité par addition, multiplication scalaire et multiplication.

Théorème d'unicité au moyen du choix d'une base dans  $K^n$ ; on y définira la base correspondante pour  $S$  et les éléments homogènes de degré  $p$  dans  $S$  qui seront dits  $p$ -vecteurs déduits de  $K^n$  (les 0-vecteurs étant ~~les~~ les constantes, et les 1-vecteurs étant les éléments de  $K^n$ ). On donnera à part les formules de multiplication pour les  $p$ -vecteurs.

Dualité: débrouiller la question. Il y a en particulier le fait apparemment important à ce point de vue que les  $p$ -vecteurs et les ~~les~~  $(n-p)$ -vecteurs forment des espaces de même dimension.

On appellera  $p$ -vecteur ~~un~~ complètement décomposable dans  $S$  tout produit de  $p$  vecteurs. (ou décomposable par abus de langage).

Toute variété  $V^p$  définit à un facteur près un  $p$ -vecteur décomposable à savoir le produit des vecteurs d'une base quelconque.

Réciproquement tout  $p$ -vecteur décomposable définit une  $V^p$ .

Exercice - Donner en exercice la ~~la~~ quadratique  $p$ -les 2-vecteurs décomposables -

## DERNIER HEURE: LA DUALITE EST DEBROUILLEE !!

Havas. Bourbakenville. Suivant certains bruits qui courent ici, nous apprenons de source sûre que toute équation linéaire dans l'espace des ~~VECTEURS~~ p-vecteurs  $x_p$  serait de la forme  $A_{n-p} \vee x_p = 0$ . Dès qu'on a choisi un élément de base pour les n-vecteurs, on a un produit scalaire, c'est-à-dire une dualité, entre l'espace des p-vecteurs et l'espace des (n-p)-vecteurs.

On a aussi les déterminants en considérant les produits de n vecteurs.

.....

A insérer en son lieu: la condition nécessaire & suffisante pour que des vecteurs en nombre quelconque soient indépendants est que leur produit soit non nul.

.....

Si  $n = 3$ , tous les vecteurs sont décomposables.

- Déterminant. à mettre: développements de Laplace

= Exemple d'un corps obtenu par adjonction comme algèbre de matrices.

A d'opté

ALGÈBRE EXTERIEURE. - DECISIONS ESCORIALES.

Algèbre extérieure définie au moyen d'un espace vectoriel  $K^n$  donné : c'est un système hypercomplexe  $S$  (c'est-à-dire avec élément unité, multiplication scalaire par  $K$  et une multiplication associative dite extérieure et notée par  $V$  renversé, qui sera noté par  $\wedge$  sur ce papier) satisfaisant aux deux axiomes suivants :

I. Si  $x$  et  $y$  sont dans  $K^n$ ,  $x \wedge y = -y \wedge x$

II. Tout élément de  $S$  se déduit de ceux de  $K^n$  et de l'unité par addition, multiplication scalaire et multiplication.

Théorème d'unicité au moyen du choix d'une base dans  $K^n$  ; on y définira la base correspondante pour  $S$  et les éléments homogènes de degré  $p$  dans  $S$  qui seront dits  $p$ -vecteurs déduits de  $K^n$  (les 0-vecteurs étant les constantes, et les 1-vecteurs étant les éléments de  $K^n$ ). On donnera à part les formules de multiplication pour les  $p$ -vecteurs.

Dualité : débrouillez la question. Il y a en particulier le fait apparemment important à ce point de vue que les  $p$ -vecteurs et les  $(n-p)$ -vecteurs forment des espaces de même dimension.

On appellera  $p$ -vecteur complètement décomposable dans  $S$  tout produit de  $p$  vecteurs. (ou décomposable par abus de langage).

Toute variété  $V^p$  définit à un facteur près un  $p$ -vecteur décomposable à savoir le produit des vecteurs d'une base quelconque

Réciproquement tout  $p$ -vecteur décomposable définit une  $V^p$ .

Exercice - Donner en exercice la <sup>relation</sup> valeur quadratique pour les 2 vecteurs décomposables.

*confusion avec le point de vue réciproque?*

.....

DERNIERE HEURE : LA DUALITE EST DEBROUILLÉE.!!  
-----

Havas. Bourbakenville. Suivant certains bruits qui courent ici, nous apprenons de source sûre que toute équation linéaire dans l'espace des p-vecteurs  $x_p$  serait de la forme  $A_{n-p} \wedge x_p = 0$ . Dès qu'on a choisi un élément de base pour les n-vecteurs, on a un produit scalaire, c'est-à-dire une dualité, entre l'espace des p-vecteurs et l'espace des (n-p)-vecteurs. On a aussi les déterminants en considérant les produits de n vecteurs.

.....

A insérer en son lieu : la condition nécessaire et suffisante pour que des vecteurs en nombre quelconque soient indépendants est que leur produit soit non nul.

.....

Si  $n = 3$ , tous les vecteurs sont décomposables.

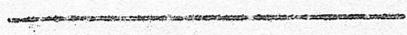
*Tout "vecteur" ~~de~~ par (n-1) vecteur est décomposable.*

.....

Déterminant - à mettre : développement de Laplace.

.....

Exemple d'un corps obtenu par adjonction comme algèbre de matrices.



.....

.....