JOURNAL DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES

LIOUVILLE, J.

Note au sujet de cette Lettre.

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 13 (1848), p. 220-.
<http://portail.mathdoc.fr/JMPA/afficher_notice.php?id=JMPA_1848_1_13_A20_0>

M. Stubbs, actuellement fellow de notre université, dans le tome XXIII du *Philosophical Magazine*, novembre 1843; où, en combinant cette méthode avec le théorème de M. Ch. Dupin, il est parvenu à une construction géométrique des lignes de courbure sur la surface nommée d'*élasticité* dans l'optique.

» La substitution des tangentes curvilignes aux tangentes rectilignes pourra peut-être servir pour l'illustration géométrique des théorèmes relatifs aux transcendantes intégrales. Mais je dois laisser cette application aux géomètres plus forts que moi.... »

Note de M. Liouville.

Les théorèmes que M. Roberts donne dans cet article ne sont relatifs qu'à un cas très-particulier de la transformation *géographique* des figures tracées sur un plan ou sur une surface en d'autres figures tracées soit sur la même surface, soit sur une surface différente. La condition fondamentale de cette transformation géographique, telle que Lagrange et M. Gauss l'ont posée, consiste, en effet, en ce que la figure transformée et la figure primitive doivent rester semblables l'une à l'autre dans leurs éléments infiniment petits. Cette condition est remplie dans le cas particulier que M. Roberts considère, et c'est uniquement de là que naissent tous les théorèmes qu'il a signalés. Les analogues de ces théorèmes auront donc lieu dans le cas général. Mais la transformation par rayons vecteurs réciproques jouit seule du caractère singulier de s'étendre à un nombre quelconque de variables, et, par conséquent, de fournir, entre autres résultats, une sorte de transformation géographique à trois dimensions, c'est-à-dire une solution de l'équation

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = \lambda\,(d\alpha^2 + d\beta^2 + d\gamma^2),$$

équation bien plus difficile à traiter que celle pour le plan

$$dx^2 + dy^2 = \lambda\,(d\alpha^2 + d\beta^2),$$

de laquelle on déduit aisément

$$x + y\sqrt{-1} = f(\alpha \pm \beta\sqrt{-1}),$$

formule qui conduit à celles de M. Roberts en prenant pour la fonction f une simple puissance.